

Analyse Probabiliste Du Dépôt Des Particules De Fumée Industrielle Dans Des Filtres Granulaires À Base De Roches Granitiques Ou Basaltiques

RATIAISON Calvin¹, RAMIFIDISOA Lucius², LALAOHARISOA Sahoby³, RATIAISON Adolphe Andriamanga⁴

^{1,3,4}Laboratoire Dynamique de l'Atmosphère, du Climat et des Océans (DyACO), Université d'Antananarivo, Madagascar, B.P 906

²Ecole Normale Supérieure pour l'Enseignement Technique (ENSET), Université d'Antsiranana, Madagascar, B.P 201

Correspondances, Courriels :

rarcavingt@gmail.com¹, ramifidisoa@gmail.com², sahoby81@gmail.com³, adolphe.ratiarison@univ-antananarivo.mg⁴



Résumé : Cette étude porte sur l'analyse du dépôt des particules de fumée industrielle issues de l'incinération de déchets plastiques et organiques au sein d'un filtre à lit granulaire constitué de roches granitiques ou basaltiques. Une approche probabiliste fondée sur la loi de Bernoulli est adoptée afin de modéliser le mécanisme de dépôt des particules. Les objectifs principaux sont de quantifier le taux de rétention de la fumée et d'identifier les paramètres dominants influençant ce dépôt. L'analyse est menée sur cinq configurations de filtres de dimensions identiques mais présentant des propriétés internes différentes. Les résultats montrent que la probabilité de dépôt des particules augmente avec le coefficient de dépôt. En particulier, le filtre F1, caractérisé par une porosité de 10 % et une taille de grains de 10 mm, présente une probabilité de rétention de la fumée atteignant 0,999. Ces résultats mettent en évidence que la porosité et la taille des granulats constituent les paramètres les plus influents dans le processus de dépôt des particules de fumée, confirmant ainsi l'efficacité de ce type de filtre granulaire pour la purification des fumées industrielles et la réduction de ses éléments à effet de serre et de ses gaz acidifiant les pluies.

Mots – clés : Filtration granulaire de fumée, Analyse du dépôt de particules, Modélisation probabiliste, Granulats granitiques ou basaltiques

Abstract: This study analyzes the deposition of industrial flue gas particles from the incineration of plastic and organic waste within a granular bed filter made of granite or basaltic rock. A probabilistic approach based on Bernoulli's law is used to model the particle deposition mechanism. The main objectives are to quantify the flue gas retention rate and identify the dominant parameters influencing this deposition. The analysis is conducted on five filter configurations of identical dimensions but with different internal properties. The results show that the probability of particle deposition increases with the deposition coefficient. In particular, filter F1, characterized by a porosity of 10 % and a grain size of 10 mm, exhibits a smoke retention probability of 0.999. These results highlight that the porosity and size of the aggregates are the most influential parameters in the process of deposition of smoke particles, thus confirming the effectiveness of this type of granular filter for the purification of industrial fumes and the reduction of its greenhouse elements and its gases acidifying rain.

Keywords: Granular flue gas filtration, Particle deposition analysis, Probabilistic modeling, Granite or basaltic aggregates

1. Introduction

Cet article est établi pour montrer les résultats des études analytiques de la probabilité du dépôt des particules de fumée industrielle dans un filtre à base de lit des grains des roches granitiques ou basaltiques. L'objectif est de déterminer les taux de fumée arrêtée par les capteurs granulaires dans le filtre et sortie à l'extérieur. Cela nous permet d'évaluer l'efficacité de ce nouveau type de filtre. Les travaux de simulation numérique de ce phénomène sont déjà effectués pendant la conception de ce filtre. Le rendement maximal trouvé est 65 % [1]. Cela confirme que le filtre granulaire de fumée ne reste plus un cas imaginaire, mais aussi un dispositif réalisable. Autre que la simulation numérique, il faut analyser ce résultat. Alors, quelle est la méthode appliquée ? On va démarrer et finaliser cette étude dans laquelle on va montrer les matériels utilisés et la méthode appliquée puis les résultats obtenus avec la discussion. Terminons cet article par une conclusion.

2. Matériels et méthodes

2.1 Filtre granulaire

Le matériel de base de cette étude est le filtre granulaire à base de lit des granulats des roches granitiques ou basaltiques. Il a une forme de gabion plein d'un lit des grains rocheux. L'entrée montre la face d'entrée et la sortie représente la face de sortie de fumée. Les faces noires sont des faces latérales bien fermée pour empêcher la fuite de fumée. Il est destiné pour filtrer, réduire et dépolluer la fumée industrielle. Dans cet article, il mesure 0,5 m de longueur, 0,2 m de largeur et 0,2 m de hauteur. Ce dispositif est représenté par la figure 1.

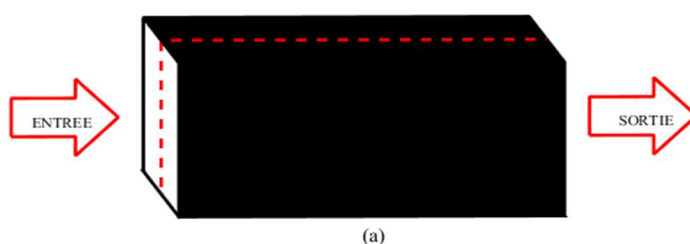


Figure 1 : Schéma de filtre granulaire de fumée

La figure 2 illustre le lit des grains des roches granitiques ou basaltiques dans le gabion de filtre granulaire que nous avons étudié. Ces granulats ont de diamètre moyen compris entre 5 à 120mm. Ils sont en réalité en position désordonnée dans le gabion (Fig. 1).



Figure 2 : Lit des granulats des roches granitiques

La figure 3 représente le schéma simplifié de filtre granulaire étudié. A l'intérieur, les petits cubes désignent les granulats rocheux compacts. Ils jouent le rôle des capteurs des nanoparticules de fumée. Ce filtre a un aspect d'un milieu poreux des pores interconnectés. En réalité, ces granulats ont de forme quelconque, mais dans cette étude, on les attribue la forme géométrique cube.

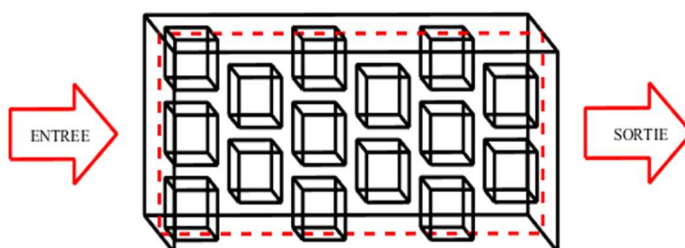


Figure 3 : Schéma de filtre utilisé pour cette étude

Dans cette manuscrite, nous avons étudié cinq catégories de ce filtre. Les propriétés de ces cinq filtres et de la fumée qui les traverse sont montrées par le tableau 1.

Tableau 1 : Propriétés de filtre et de fumée à filtrer avant la simulation

Porosité de filtre	Arrête des grains	Largeur des pores	Vitesse de fumée	Température des parois	Rugosité granulaire	Température de fumée
[%]	[m]	[m]	[m/s]	[°C]	[m]	[°C]
10	0,01	0,0005	0,005	25	0,001	80
15	0,02	0,0018	0,0045	20	0,002	90
20	0,03	0,00375	0,004	15	0,003	100
25	0,04	0,0055	0,0035	10	0,004	110
30	0,05	0,0120	0,0030	05	0,005	120

2.2 Méthode

Dans cette étude, on utilise la méthode probabiliste qui est basée sur le principe aléatoire d'un phénomène [2]. Cette méthode est une stratégie de preuve et consiste à placer le problème dans un espace probabilisé afin de démontrer l'existence d'un objet. Pour construire cet espace, cette méthode définit le problème de manière probable et a besoin un outil. La loi de Bernoulli est l'un des outils adaptés à cette analyse parce qu'elle peut modéliser l'existence de deux événements de probabilités opposées mais complémentaires. Dans cette analyse, l'évènement aléatoire est le mouvement brownien des particules de fumée et là où la méthode probabiliste prend la loi de Bernoulli pour modéliser les taux du dépôt et de restitution des particules de fumée dans le filtre granulaire.

2.3 Épreuve de Bernoulli

On appelle épreuve de Bernoulli une expérience aléatoire à deux issues indépendantes : "SUCCES" et "ECHEC". Bernoulli a quantifié la probabilité de succès par une lettre p et la probabilité d'échec par q [3]. La somme de ces deux probabilités vaut égale à 1. De manière mathématique, cela s'écrit comme l'équation (1).

$$p + q = 1 \quad (1)$$

2.4 Probabilité du dépôt et probabilités de Bernoulli

On associe la probabilité de Bernoulli à la probabilité du dépôt et de la sortie des nanoparticules en suspension écoulant dans un filtre granulaire. Dans ce cas, on apprête le succès au "DÉPÔT" et l'échec à la "SORTIE" des particules de fumée. Les nanoparticules déposées s'arrêtent. Tandis que celles restituées continuent à écouler de façon aléatoire jusqu'à la sortie du filtre.

Nous désignons la probabilité du dépôt par $p_{\text{dép}}$ et celle de sortie par $q_{\text{dép}}$. Une relation reliant ces deux probabilités est décrite par l'équation (2). La probabilité du dépôt est déduite par l'équation (3).

$$p_{\text{dép}} + q_{\text{dép}} = 1 \quad (2)$$

$$p_{\text{dép}} = 1 - q_{\text{dép}} \quad (3)$$

D'autre part, la probabilité du dépôt dépend du coefficient de dépôt des particules. Ce coefficient dépend aussi de la porosité du filtre, de la position des particules, du diamètre moyen des grains obstacles et de l'efficacité totale du filtre. Cette dernière est formée par les efficacités inertielle, brownienne, adhésive et l'efficacité par interception.

2.5 Efficacité inertielle

L'efficacité inertielle est la productivité de capture unitaire des nanoparticules de fumée par le mécanisme d'inertie. Le mécanisme inertiel est normalement quantifié par la quantité de mouvement. Alors qu'elle est exprimée par l'équation (4) où St est le nombre de Stokes [58]. Dans ce mécanisme, les particules approchent la paroi des obstacles de manière tout droit pour être en collision. D'autres conditions pour être déposée vis-à-vis des particules de diamètre de l'ordre nanométrique, leur vitesse doit être extrêmement faible pour que le rebondissement n'existe pas.

$$\eta_{\text{in}} = \frac{0,0334 St^{3/2}}{1 + 0,0334 St^{3/2}} \quad (4)$$

2.6 Efficacité brownienne

L'efficacité brownienne est le gain de capture unitaire des nanoparticules de fumée par le mécanisme aléatoire. Le dépôt ou la restitution des particules de fumée dans le filtre plein d'un lit granulaire est probable. Cette efficacité est représentée par la formule (5) où P_e est le nombre de Peclet et ϕ est la porosité de filtre [58]. Cette forme prouve que si la porosité augmente, l'efficacité brownienne diminue. Lorsque dans le cas contraire, elle croît. En plus, dans cette étude, quand P_e est faible, le mouvement brownien persiste. L'efficacité du dépôt par ce phénomène est dominante. Sinon, ce mécanisme ne provoque pas la rétention des particules par les grains capteurs.

$$\eta_B = 3,988 \frac{1,31 P_e^{-\frac{2}{3}}}{\phi} \quad (5)$$

2.7 Efficacité d'adhésion

L'efficacité d'adhésion est le rendement de capture unitaire des nanoparticules de fumée par le mécanisme d'adhésion. Elle est calculée par l'équation (6) et dépend fortement de la vitesse d'écoulement U_p des particules, de la largeur des pores d_p et surtout de la distance δ entre les particules et la paroi des grains obstacles. Lorsque cette distance tend vers 0 m ou est égale au plus au diamètre de particule, le dépôt par l'adhésion est dominant. Dans ce cas, cette distance et cette vitesse moyennes suivent la loi d'exponentielle décroissante jusqu'à l'asymptote horizontale nul (axe $x'Ox$). Au cours de mouvement, le rayon r des particules reste constante et H est la constante de Hamaker qui marque l'intensité de la force de Van der Waals entre les particules de fumée et la surface des parois des grains capteurs.

$$\eta_{\text{ad}} = \frac{0,6864 r H}{3\pi d_p^2 \delta U_p} \quad (6)$$

2.8 Efficacité par interception

L'efficacité par interception est l'efficacité de capture des nanoparticules de fumée par le mécanisme de contact direct des aérosols de fumée à la surface de paroi des grains de filtre. Elle est notée et exprimée par l'équation (7) [4]. Pour avoir le dépôt par ce mécanisme, les particules de fumées se déplacent à la vitesse très faible voire très proche de 0 au point de contact. Ce mécanisme est dominant pour les nanoparticules au déplacement très lent.

Dans l'équation (7), d_p est la largeur des pores et d_g est le diamètre moyen des grains.

$$\eta_{in} = 1,5 \frac{1,31}{\phi} \left(\frac{d_p}{d_g} \right)^2 \quad (7)$$

2.9 Efficacité totale du filtre

L'efficacité totale du filtre va être donnée par l'équation (8) et peut s'écrire comme l'équation (9) [4]. Nassim Khirouni a appliqué cette équation pour déterminer l'efficacité de filtre des particules ultrafines métalliques [5].

$$\eta_T = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - \eta_i) \quad (8)$$

$$\eta_T = 1 - (1 - \eta_{ad})(1 - \eta_{in})(1 - \eta_B)(1 - \eta_{in}) \quad (9)$$

2.10 Nombres sans dimension

Les nombres sans dimension intervenant dans ce travail sont le nombre de Stokes (St), le nombre de Péclet (P_e), le coefficient de diffusion (D) et le coefficient de dépôt (k_{dep}) puis le nombre de Stokes. Ces nombres nous mènent à établir le modèle de probabilité du dépôt de la fumée dans le filtre que nous avons étudié.

Le nombre de Stokes est le rapport entre l'inertie des particules et la capacité d'air porteur de fumée. S'il est élevé, l'inertie des particules est forte. Dans ce cas, elles quittent le ligne de courant d'air portant la fumée et heurtent la surface des parois des capteurs de filtre. En revanche, elles suivent le ligne de courant d'air circulant dans les pores interstitiels des grains. Il n'y aura pas du dépôt. Ce nombre est donné par l'équation (10) [4] où ρ_p est la masse volumique de particule et μ est la viscosité dynamique.

$$St = \frac{\rho_p U_p d_p^2}{18\mu d_g} \quad (10)$$

Le nombre de Péclet est la constante de convection par rapport à la diffusion des particules de fumée dans le filtre granulaire. S'il est grand, les particules écartent de la paroi des capteurs. Sinon, elles l'approchent. Son expression est définie par la relation (11) [4] où U_a est la vitesse de l'air porteur de fumée et D le coefficient de diffusion.

$$P_e = \frac{U_a d_g}{D} \quad (11)$$

Le coefficient de diffusion mesure l'intensité de mouvement aléatoire des particules dans le filtre granulaire. Quand il est élevé, la diffusion est forte. La collision entre les particules et les grains de filtre provoque le rebondissement. Si dans le cas contraire, on a le mouvement brownien au cours duquel les particules vont être piégées. Ce coefficient est exprimé par l'équation

(12) [6] avec k_B est la constante de Boltzmann et C_u le coefficient de Cunningham qui est le facteur de diffusion des nanoparticules.

$$D = \frac{k_B T C_u}{3\pi\mu d_p} \quad (12)$$

Le coefficient de Cunningham est un nombre important dans l'étude de la diffusion des aérosols nanoparticulaires de fumée dans un milieu poreux. Il est exprimé par l'équation (13) où A, B et C sont des constantes données par des littératures. λ est le libre parcours des particules à l'intérieur de filtre. Il est défini par l'équation (14). Dans l'équation (14), est le libre parcours moyen de l'air porteur de fumée des particules à 20°C ($\lambda_0 = 66\text{nm}$), p la pression et T la température de fumée [5, 6].

$$C_u = 1 + \frac{d_p}{2\lambda} \left(A + B \exp\left(-\frac{C d_p}{2\lambda}\right) \right) \quad (13)$$

$$\lambda = \lambda_0 \frac{101}{p} \frac{T}{T_0} \frac{1 + \frac{110,4}{T_0}}{1 + \frac{110,4}{T}} \quad (14)$$

Le coefficient du dépôt est la constante de vitesse qui exprime l'efficacité du filtre dans lequel les particules sont retirées de l'air porteur de fumée et vont être fixées sur les parois des obstacles. Lorsqu'il est important, les particules sont retenues. Par contre, elles sont restituées et sorties du filtre. Il est déterminé par la formule (15) où (x, y, z) est la position d'une particule de fumée à l'instant t dans le filtre.

$$k_{\text{dép}} = \frac{3(1 - \phi) \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2}}{2d_g} \eta_T \quad (15)$$

2.11 Probabilité du dépôt

On peut mesurer l'efficacité du filtre à lit des grains en calculant la probabilité du dépôt parce que le mouvement des particules est aléatoire et le dépôt est probable. Le phénomène de transport des aérosols de fumée dans ce filtre suit la loi de probabilité de Bernoulli. Loïc Wingert (2017) a mentionné la formule l'efficacité d'un lit granulaire dans sa thèse comme l'équation (16) [4]. Nassim Khirouni (2021) a utilisé cette forme dans sa thèse [5]. La partie exponentielle quantifie la diffusion des particules à partir de coefficient du dépôt.

$$p_{\text{dép}} = 1 - \exp\left(-\frac{3(1 - \phi)L_f}{2d_g} \eta_T\right) \quad (16)$$

On peut simplifier l'équation (16). On obtient l'équation (17) dans laquelle si $k_{\text{dép}}$ est petit, l'efficacité du filtre est faible. Tandis qu'on a une bonne efficacité quand il est grand.

$$p_{\text{dép}} = 1 - \exp(-k_{\text{dép}}) \quad (17)$$

3. Résultats

Le tableau 2 montre la probabilité du dépôt de fumée dans chaque filtre étudié par des simulations numériques en fonction de coefficient du dépôt. Ces résultats sont donnés par l'équation (16) associée avec la porosité, largeur des pores, longueur et le rendement des filtres granulaires simulés.

D'après ce tableau, on voit que le filtre F₁ ayant la porosité de 15 % et la taille de grains 20mm a une probabilité du dépôt plus élevée. Le second est le filtre F₂ de porosité 15 % et de taille de grains 20mm. La décroissance d'efficacité suit l'ordre des filtres en fonction de l'augmentation de porosité et de taille des granulats obstacles.

Cela justifie que la probabilité du dépôt des particules de fumée dans le filtre granulaire dépend vigoureusement à la porosité et à la taille des granulats rocheux utilisés.

Tableau 2 : Probabilité du dépôt des particules de fumée dans le filtre granulaire

Filtre	ϕ	d_g	η_T	L_f	$k_{dép}$	$p_{dép}$
F1	0,15	0,012	62,96	0,5	11,15	0,999
F2	0,20	0,024	59,08	0,5	4,92	0,992
F3	0,25	0,036	65,00	0,5	3,39	0,965
F4	0,30	0,048	51,45	0,5	1,88	0,845
F5	0,35	0,060	11,20	0,5	0,30	0,260

La figure 4 illustre la probabilité du dépôt (courbe rouge) et de la restitution (courbe noire) de fumée dans chaque filtre étudié par des simulations numériques en fonction de coefficient du dépôt. D'après cette figure, l'efficacité du filtre augmente quand le coefficient du dépôt monte également. On observe que les filtres F₁, F₂ et F₃ sont des filtres à forte probabilité du dépôt des particules de fumée. Le filtre F₄ a de probabilité de rétention moyenne. Tandis que le filtre F₅ a faiblement de probabilité de capter la fumée.

La figure 5 représente la probabilité théorique du dépôt et de la relégation des particules de fumée dans les filtres granulaires étudiés. Ces résultats sont donnés par l'équation (16) avec les variables d'entrée porosité, arrête des grains, largeur des pores, longueur et rendement des filtres qui donnent le coefficient du dépôt. La courbe descendante exprime la diffusion et la courbe montante explique le dépôt des particules dans les filtres. Les points sur ces courbes sont des valeurs de probabilité des simulations. Alors, on voit que les valeurs de simulation et les valeurs théoriques sont bien cohérentes.

Dans ces deux figures, le filtre le plus efficace est le F₁ dont la porosité et la taille des grains capteurs de fumée sont respectivement 10 % et 10 mm. Ensuite, le second filtre plus performant est le F₂ avec une porosité de 15 % et des grains de taille 20 mm. Cela prouve que l'efficacité d'un filtre granulaire de fumée industrielle dépend fortement à la porosité et à la taille des granulats.

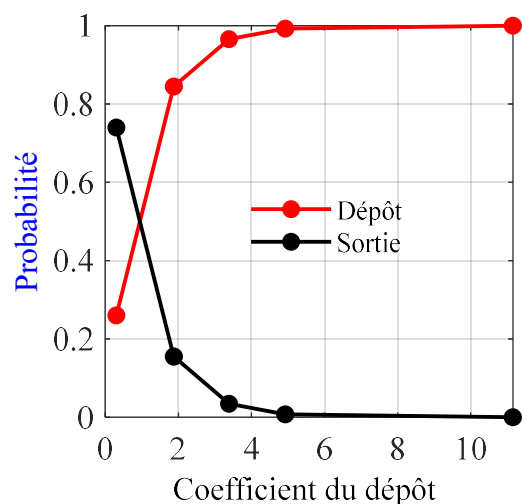


Figure 4 : Efficacité par simulation

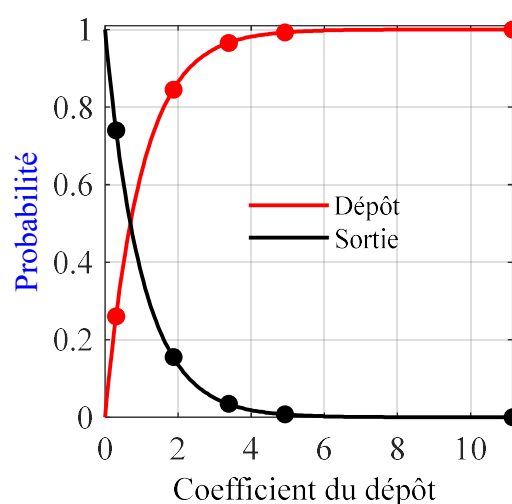


Figure 5 : Efficacité théorique

4. Conclusion

Ce travail a permis d'analyser, à l'aide d'une approche probabiliste fondée sur la loi de Bernoulli, le dépôt et la rétention des particules de fumée industrielle dans cinq configurations de filtres granulaires. Les filtres étudiés, constitués de granulats de roches granitiques ou basaltiques, reposent sur des matériaux locaux abondants, ce qui renforce leur intérêt pratique et économique. Les résultats obtenus démontrent l'efficacité de ce type de filtre pour la rétention des particules de fumée. Ils mettent en évidence le rôle déterminant de la porosité et de la taille des grains dans le processus de dépôt. En particulier, le filtre F₁, caractérisé par une porosité de 10 % et une taille de grains de 10 mm, présente la meilleure performance avec une probabilité de dépôt atteignant 0,999. Le filtre F₂ montre également une efficacité élevée, avec une probabilité de rétention de 0,992 pour une porosité de 15 % et une taille de grains de 20 mm.

Enfin, le modèle mathématique proposé établit une relation explicite entre la probabilité de dépôt et les paramètres géométriques et physiques du filtre, notamment la porosité, la taille des grains, la largeur des pores, la longueur du filtre et son rendement. Ce modèle constitue un outil pertinent pour l'optimisation et la conception de filtres granulaires destinés au traitement des fumées industrielles.

Références

- [1] RATIARISON Calvin et al. (2025). Simulation Numérique Et Modélisation Par La Méthode Du Réseau De Neurones Artificiels Du Rendement Des Filtres Granulaires De Granite. Article. Laboratopire DyACO. Université d'Antananarivo.
- [2] Noga Alón, Joel H. Spencer. (2008). The Probabilistic Method. Third Edition.
- [3] SAES Guillaume. Chapitre 11 : Loi binomiale. Première S.
- [4] Loïc Wingert. (2017). Séparation des particules ultrafines métalliques par lits granulaires. Thèse de doctorat. Université de Lorraine.
- [5] Nassim KHIROUNI. (2021). Étude de la régénération par jet – pulsé des cartouches filtrantes colmatées par des particules ultrafines métalliques. Thèse de Doctorat. Université de Lorraine.
- [6] Sihem HAMMOUDA. (2021). Transfert de chaleur par un écoulement MHD instationnaire d'un nano – fluide dans un système poreux à élargissement brusque. Thèse de doctorat. Université de Monastir, Tunisie.