International Journal of Progressive Sciences and Technologies (IJPSAT)
ISSN: 2509-0119.

https://ijpsat.org/
Vol. 46 No. 2 September 2024, pp. 195-203

Passage Des Coordonnées Géocentriques Aux Coordonnées Géodésiques Géographiques, Démarches Mathématiques : Cas Du Point 05/15 - 0001, Un Point Du Réseau Géodésique Congolais Situé A Kinshasa

Mohamed Abdallah Abdallah

Assistant 2 / INBTP

Abdamohamed6@gmail.com

Résumé – La profession d'Ingénieur Géomètre Topographe est parmi des professions, la plus influencée par l'informatique et la NTIC. Cette influence a grandement changé la façon de travailler des ingénieurs géomètres topographes sur terrain tout comme au bureau. De fois, les résultats fournis par des outils et logiciels spécialisés apparaissent pour certains une vérité absolue, à tel point qu'on s'en passe des doutes sur la qualité des résultats. Or la profession reste trop urgente en terme de la précision sur les différentes déterminations, il est donc très essentiel de rappeler aux professionnels certaines démarches mathématiques conduisant à la programmation des logiciels et outils de la nouvelle ère, ces démarches peuvent servir des appuis de taille pour valider ou sinon résoudre un petit souci de format des coordonnées que l'on souhaite utiliser dans un projet.

Dans cet article, nous nous sommes donnés le luxe de rappeler la démarche mathématique qui nous conduit en cette ère informatique à convertir très rapidement des coordonnées en importe quel format que l'on désire. C'est ainsi pour des raisons scientifiques et techniques, nous avons traité ce problème de transformation des coordonnées géocentriques aux coordonnées géodésiques géographiques pour démystifier les démarches informatiques. Nous avons exploité des données du point 05/15-0001 du réseau géodésique congolais implanté et calculé en 2015, il a fallu pour cette étude de monter un scénario, comme si le point n'était connu qu'en coordonnées géocentriques et sur base des calculs en exploitant les différentes méthodes de calcul, nous sommes arrivés à calculer les coordonnées de ce point sous format géodésique géographique.

Pour ne pas être si long, nous avons présenté et expliqué deux méthodes de calcul, dont l'une est celle dite directe et l'autre est nommée la méthode des itérations, après les explications, nous avons porté notre choix sur la méthode des itérations car ça paraît plus technique et précise. Compte tenu de mon profil d'enseignant et de professionnel, j'ai eu des débats intéressants sur cette problématique, il s'est fait remarquer une certaine confusion sur des concepts, certains professionnels et apprenants ne trouvent plus la place pour des vérifications poussées en utilisant des méthodes mathématiques, qui, d'ailleurs, ils arrivent même à les qualifier de dépasser. Alors c'était en quelque sorte ça, qui m'a poussé d'écrire en ce sens, en fin d'interpeller les apprenants ainsi que d'autres professionnels sur la question. Quand on ignore comment est programmé un logiciel, on aura certainement les difficultés de bien le manipuler ainsi que de vérifier le résultat. Le côté sombre de la technologie, c'est cette manière de réduire un ingénieur à un simple manipulateur d'un programme informatique, les questions fondamentales ne se posent plus, c'est vraiment de l'automate et ce qui n'est pas assez bien.

Mots Clés : Coordonnées, Géocentriques, Géodésiques, Géographiques Et Réseau.

International Journal of Progressive Sciences and Technologies (IJPSAT)
ISSN: 2509-0119.

https://ijpsat.org/
Vol. 46 No. 2 September 2024, pp. 195-203

I. Introduction

Le problème de transformation des coordonnées géocentriques (X,Y,Z) par rapport à un système géodésique donné aux coordonnées géodésiques géographiques (ϕ, λ, he) reste très complexe car ça demande une attention particulière sur les données d'entrée et les méthodes à exploiter.

Les méthodes de passage sont nombreuses, pour cet article, nous allons expliquer deux méthodes : directe et des itérations. Mais toutefois, nous allons utiliser de manière la plus détaillée la dernière méthode des itérations dans cette étude.

Les données utiles dans cette étude sont le système géodésique (WGS84), les coordonnées géocentriques ou tri rectangulaires du Point 05/15-0001. Les expressions mathématiques des coordonnées géocentriques :

$X = (N + he)\cos\varphi\cos\lambda$ (1)

$Y = (N + he)\cos\varphi\sin\lambda$ (2)

$Z = (N (1 - e^2) + he)\sin\varphi$ (3)

Avec :

- N : Grande normale

- he : hauteur ellipsoïdale

II. Presentation des methodes de calcul

II.1. Méthode directe

1. Calcul de la longitude

Des equations (1)-(2), on obtient la longitude géodésique λ par:

$tg\lambda = Y/X \Rightarrow$ d'où $\lambda = arctg\ Y/X$ (4)

2. Calcul de la latitude géodésique

Posons:

$p = \sqrt{X^2 + Y^2} = (N + he)\cos\varphi$ (5)

Comme $\varphi \in [-\pi/2 , +\pi/2]$, alors $\cos\varphi \geq 0$ donc $p \geq 0$.

De l'´equation (5), on a:

$he = p/\cos\varphi - N$ (6)

En remplaçant he dans l'´equation (3), on :

$Z = (N - e^2N + p/\cos\varphi - N)\sin\varphi$ (7)

soit:

$-e^2N \sin\varphi = Z - ptg\varphi$ (8)

Comme

$N = a/\sqrt{1 - e2sin2\varphi}$

on élève au carré les deux membres de (8), et on obtient l'´equation:

$(Z - ptg\varphi)^2 = e^4a^2\sin^2 \varphi /1 - e^2\sin^2\varphi$ (9)

Posons:

$t = tg\varphi$ (10)

Alors:

$\sin^2\varphi = 1 - \cos^2\varphi = 1 - 1/1 + t^2 = t^2 / 1 + t^2$ (11)

L’´equation (9) devient:

$(Z - pt)^2 = a^2e^4t^2 / 1 + k^2t^2$ (12)

avec $k^2 = 1 - e^2$ (13)

Pour déterminer t, l’´equation (12) implique la résolution d’un polynôme du quatrième degré en t à savoir:

$(Z - pt)^2(1 + k^2t^2) = a^2e^4t^2$ (14)

ou $pkt^4 - 2pZkt^3 + (kZ + p - ae4)t - 2pZt + Z = 0$ (15)

Passages $(X, Y, Z) \Rightarrow(\phi, \lambda, he)$

2.1. Résolution de l’équation du Quatrième Degré.

Pour résoudre l’´equation (15), on commence par éliminer le terme en t^3. Pour cela,

posons: $t = T + Z/2p$ (16)

Alors l’´equation (15) s’´écrit avec comme nouvelle variable T :

$pkT^4 + (p - ae^4 - kZ/2)T - Z(p + ae^4/p)T + Z(4p - 4ae^4 + k)/16p = 0$ (17)

On peut écrire l’équation (17) sous la forme:

$T^4 + lT^2 + mT + n = 0$ (18)

où l, m et n sont des constantes. Pour résoudre (17), on utilise la méthode

de Cardan [4] qui consiste `a écrire (17) sous la forme:

$T^4 + lT^2 + mT + n = (T^2 + aT + b)(T^2 + cT + d) = 0$ (19)

où a, b, c et d des constantes fonction de l, m, n. On trouve que a est solution d’un polynôme de 3ème degré. On a alors:

$(T^2+aT+b)(T^2+cT+d) = T^4+(a+c)T^3+(ac+d+b)T^2+(ad+bc)T+bd$ (20)

D’où:

$a + c = 0$ (21)

$ac + d + b = l$ (22)

$ad + bc = m$ (23)

$bd = n$ (24)

De (21), on a :

$c = -a$ (25)

de (22) et (23), on a:

$d + b = l + a^2 d - b = m/a$

International Journal of Progressive Sciences and Technologies (IJPSAT)
ISSN: 2509-0119.

https://ijpsat.org/
Vol. 46 No. 2 September 2024, pp. 195-203

ce qui donne:

$d = (al + a3 + m)/2a$ (26)

$b = (al + a3 - m)/2a$ (27)

On utilise l'´equation (24) pour déterminer a ce qui donne:

$(al + a3 + m)/2a \,.\, (al + a3 - m)/2a = n$

soit:

$a^2(l + a^2)^2 - m^2 = 4a^2n$ (28)

Et en posant:

$u = a^2$ (29)

u vérifie alors:

$u^3 + 2lu^2 + (l^2 - 4n)u - m^2 = 0$ (30)

2.2. Résolution de $x^3 + \alpha x^2 + \beta x + \delta = 0$. On pose:

$x = X - \alpha/3$ (31)

L'´equation $x^3 + \alpha x^2 + \beta x + \delta = 0$ devient:

$X^3 + AX + B = 0$ (32)

Pour résoudre (32), on pose:

$X = v + w$ (33)

Et (32) devient:

$v^3 + w^3 + (v + w)(3vw + A) + B = 0$ (34)

On choisit v et w telque :

$3vw + A = 0$ (35)

Donc v3 et w3 sont solutions de l'´equation du second degré:

$\zeta 2 + B\zeta - A^3/27 = 0$

II.2. Méthode des itérations

1. Calcul de longitude

Des ´equations (1)-(2), on obtient la longitude géodésique λ par:

$tg\lambda = Y/X \Rightarrow$ d'où $\lambda = \operatorname{arctg} Y/X$

Soit $r^2 = X^2+Y^2 = (N+h)^2\cos^2\varphi$, $r = (N+h)\cos\varphi$

$Z = (Nb^2/a^2 + h) \sin \varphi$

$Z = Nb^2/a^2 \sin\varphi + h \sin \varphi$ (4), $e^2 = (a^2-b^2)/a^2$

$e^2 = 1 - b^2/a^2$, $b^2/a^2 = 1 - e^2$, remplaçons b^2/a^2 dans l'équation (3)

$Z = N(1-e^2)\sin\varphi + h \sin \varphi = N \sin\varphi - N e^2 \sin \varphi + h \sin \varphi$

Z = (N+h) sin φ - N e^2 sin φ (5)

Posons Z' = (N+h) sin φ (6), remplaçons (6) dans (5), on a :

Z = Z' - Ne^2 sin φ (6)

2. Calcul de la latitude et hauteur ellipsoïdale

La latitude (φ) et h sont calculées par approximations successives, en utilisant les équations suivantes :

(N + h) cos φ = r

(N + h) sin φ = Z'

Z' = Z + Ne^2 sin φ

- Itérations

Les itérations peuvent aller jusqu'à trois ou sinon supérieure à trois et ça prend fin si le résultat de la dernière itération est égale au résultat précédent, toutefois l'appréciation n'est pas aussi exclue car toute détermination de l'ingénieur Géomètre Topographe est liée à la précision.

Pour la première itération, on prend Z' (= Z + Ne^2 sin φ), on considère Z' = Z et la latitude géocentrique est calculée en exploitant l'expression suivante :

tg Ψ = z/r

Pour la deuxième itération et autres, on calcul Z' = (= Z + Ne^2 sin φ) avant de déterminer la latitude géodésique géographique.

L'altitude ellipsoïdale est calculée à chaque itération par la formule : he = (r/cosφ) - N.

Dans cet article, nous allons exploiter en détail la méthode des itérations, avec des données concrètes.

III. METHODOLOGIE

Pour atteindre les objectifs scientifiques fixés dans cette démarche, la méthodologie comprend les grandes lignes suivantes :

- Calcul de longitude géodésique λ;
- Calcul du rayon de la courbure r
- Calcul de la grande normale N
- Calcul de Z'
- Calcul de φ
- Calcul de he

Toutes ces étapes sont à respecter pour chaque itération sauf la première car la longitude n'est pas calculée par approximations successives.

IV. PRESENTATION DES RESULTATS

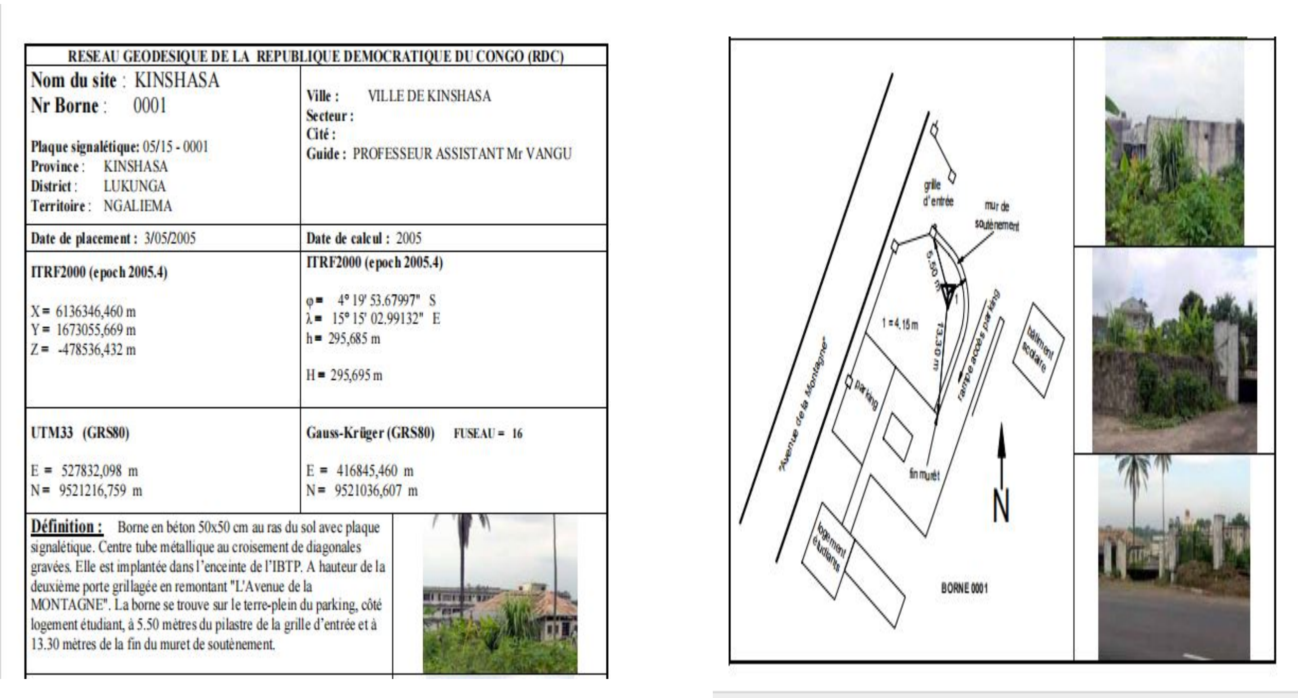
IV.1. Présentation des données

Dans le cadre de cette étude, nous avons utilisé le point 05/15 - 0001 du réseau géodésique congolais, bien que les points dans ce réseau était calculé en plusieurs formats, pour des raisons évidentes pour cette étude, nous considérons simplement les

International Journal of Progressive Sciences and Technologies (IJPSAT)
ISSN: 2509-0119.

https://ijpsat.org/
Vol. 46 No. 2 September 2024, pp. 195-203

coordonnées géocentriques du point géodésique **05/15 - 0001**. les résultats trouvés seront comparés avec ceux repris dans la fiche descriptives du point.



RESEAU GEODESIQUE DE LA REPUBLIQUE DEMOCRATIQUE DU CONGO (RDC)	
Nom du site : KINSHASA **Nr Borne** : 0001 **Plaque signalétique:** 05/15 - 0001 **Province** : KINSHASA **District** : LUKUNGA **Territoire** : NGALIEMA	**Ville** : VILLE DE KINSHASA **Secteur** : **Cité** : **Guide** : PROFESSEUR ASSISTANT Mr VANGU
Date de placement : 3/05/2005	**Date de calcul :** 2005
ITRF2000 (epoch 2005.4) X = 6136346,460 m Y = 1673055,669 m Z = -478536,432 m	**ITRF2000 (epoch 2005.4)** φ = 4° 19' 53.67997" S λ = 15° 15' 02.99132" E h = 295,685 m H = 295,695 m
UTM33 (GRS80) E = 527832,098 m N = 9521216,759 m	**Gauss-Krüger (GRS80)** FUSEAU = 16 E = 416845,460 m N = 9521036,607 m
Définition : Borne en béton 50x50 cm au ras du sol avec plaque signalétique. Centre tube métallique au croisement de diagonales gravées. Elle est implantée dans l'enceinte de l'IBTP. A hauteur de la deuxième porte grillagée en remontant "L'Avenue de la MONTAGNE". La borne se trouve sur le terre-plein du parking, côté logement étudiant, à 5.50 mètres du pilastre de la grille d'entrée et à 13.30 mètres de la fin du muret de soutènement.	

*F*ig n° 1 : extrait des fiches descriptives du reseau geodesique

D'où pour cet article les données du point 05/15 - 0001 considérées sont :

X = 6136346,46 m

Y = 1673055,669 m

Z = -478536,432 m

X, Y et Z coordonnées géocentriques de la borne géodésique 05/15- 0001

La détermination a été faite par rapport au système géodésique WGS 84, dont les paramètres sont les suivants :

a = 6378137, 00 m et e^2 = 0,006695102

IV.2. Resolution du problème

Soit le point géodésique 05/15 -0001 connu en coordonnées tri rectangulaires. Déterminer les coordonnées géodésiques géographiques de ce point suivant le système géodésique WGS 84.

- <u>Calcul de la longitude</u>

$$\text{tg}\ \lambda = \frac{Y}{X} = 1673055{,}669 / 6136346{,}46$$

International Journal of Progressive Sciences and Technologies (IJPSAT)
ISSN: 2509-0119.

https://ijpsat.org/
SCHOLAR AI Be Smart
Vol. 46 No. 2 September 2024, pp. 195-203

λ = 15°15'02''9912 E

- Calcul de la latitude par itérations

Première itération

$r^2 = X^2 + Y^2 = (6136346,46)^2 + (1673055,669)^2$

r = 6360335,144 m

$tg\varphi_1 = Z/r = -478536,432 / 6360335,144$

φ_1 = 4°18'09"6882 S

he =(r/cosφ_1) - N1= 65,663 m,

Avec N1 = a / w , w = $(1 - e^2 \sin^2\varphi_1)^{1/2}$. D'où N1 = 6378377,373

Deuxième itération

Z' = Z + N1e² sin φ_1

= -478536,432 +6378377,373 x 0,006695102 sin 4°18'09"6882 = -481740,3152

$Tg\varphi_2$ = Z'/r = -481740,3152/ 6360335,144

φ2 = 4°19'53" S

he =(r/cosφ_1) - N1= 294,09 m,

φ_1 est différente de φ2, les itérations se poursuivent jusqu'à avoir les mêmes valeurs.

Vu que les calculs se répètent, nous avons pu résumer la démarche dans le tableau ci - après :

DONNEES				OBSERVATIONS
X (m)	Y (m)	Z (m)		
6136346,46	1673055,669	-478536,432		
-				
a	e²			WGS 84
6378137	0,006695102			
RESOLUTIONS				
CALCUL				
λ	Arctg Y/X	Y/X	0,272646872	
			15°15'02''9912	
φ				
r	3,76547E+13	2,79912E+12	4,04539E+13	

International Journal of Progressive Sciences and Technologies (IJPSAT)
ISSN: 2509-0119.

https://ijpsat.org/
Vol. 46 No. 2 September 2024, pp. 195-203

			6360335,144	
z/r	-0,075237613			
		φ1	4°18'09''6882 SUD	1ère itération
N1 = a/w	6378377,373			
he = r/cos phi - N1	65,663			
Z'= Z + N1 e^2sin phi	-481740,3152			
		φ2	4°19'53''	2 itération
N2	6378258,791			
he2	294,09			
Z'= Z + N2 e^2sin phi	-481761,5837			
		φ3	4°19'53''68666	3 ème itération
N3	6378258,802			
he3	295,687			
Z'= Z + N3 e^2sin phi	-481761,7254			
		φ4	4°19'53''69123	4 ème itération

D'où par appréciation par rapport aux itérations, les coordonnées géodésiques géographiques du point 05/15 - 0001 sont :

φ = 4°19'53''69123 S

λ = 15°15'02''9912 E

he = 295,687 m

Comparativement à celles reprises dans la fiche descriptive, il y a juste une poussière de différence, qui est dû de la précision des méthodes utilisées. Soit un écart de 2 mm en altitude ellipsoïdale, de 0,01 ‘’ en latitude et en longitude, l'écart est presque nul.

V. Conclusion

Cette étude se veut un guide technique et scientifique pouvant permettre à tout le monde, surtout aux scientifiques d'avoir une idée précise sur le passage des coordonnées géocentriques aux coordonnées géodésiques géographiques, dans le but de ne pas encourager dans le chef d'un ingénieur géomètre topographe le jeu des clics sur des logiciels, l'ingénieur est censé maîtriser la démarche pour lui permettre quand le besoin se présente de procéder aux différentes vérifications des résultats produits après la manipulation d'un logiciel.

L'article présente deux méthodes de passage des coordonnées géocentriques aux coordonnées géodésiques géographiques, toutefois pour des raisons d'adaptabilité et technique, il a été développé de manière détaillée la méthode dite des itérations.

Les résultats de calcul étaient vraiment impressionnants, d'autant plus que les écarts constatés sont très minimes et peuvent être facilement négligés.

International Journal of Progressive Sciences and Technologies (IJPSAT)
ISSN: 2509-0119.

https://ijpsat.org/
Vol. 46 No. 2 September 2024, pp. 195-203

Après calcul, nous avons sur base des coordonnées géocentriques du point géodésique 05/15 - 0001 trouvé les coordonnées géodésiques géographiques de ce même point, suivantes : ***05/15 - 0001* (φ = 4°19'53''69123 S, λ = 15°15'02''9912 E, he = 295,687 m).**

C'est ainsi que nous rappelons aux professionnels et aux apprenants l'importance d'avoir la maîtrise des ABC de la profession, avant de se donner à la séduction des outils informatiques car la bonne manipulation de ces derniers repose sur la théorie des spécialités.

References

a. **Ouvrages**

- CT Mbutabuba d'heureuse mémoire, Cours de Géodésie Géométrique, GT4, INBTP/ NGALIEMA, 2014.
- CT Vangu, Cours de cartographie mathématique, GT4, INBTP/NGALIEMA, 2014
- A. Ben Hadj Salem. 2017, Element de Géodésie et de la Théorie des Moindres Carrés.
- A. Ben Hadj Salem. 2010. Notions Fondamentales de Géodésie
- A. Ben Hadj Salem. 2005. Les Systèmes Géodésiques et les répresentations planes.
- Françoise et Henri DUQUENNE, Cours de Géodésie, 2002

b. **Travaux antérieurs**

- A. Ben Hadj Salem, note sur le passage des coordonnées (X,Y,Z) aux coordonnées (φ,λ,he)

c. **Webographie**

- Google
- Google scholar
- http://www.wikipedia.net